



TITLE:

公共財ゲームにおける罰の厳格性と空間構造からの影響 (第6回生物数学の理論とその応用)

AUTHOR(S):

島尾, 堯; 中丸, 麻由子

CITATION:

島尾, 堯...[et al]. 公共財ゲームにおける罰の厳格性と空間構造からの影響 (第6回生物数学の理論とその応用). 数理解析研究所講究録 2010, 1704: 128-132

ISSUE DATE:

2010-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170040>

RIGHT:

公共財ゲームにおける罰の厳格性と空間構造からの影響

島尾 堯・中丸 麻由子

東京工業大学社会理工学研究科

Hajime Shimao & Mayuko Nakamaru

Department of Value and Decision Science, Tokyo Institute of Technology

公共財ゲームにおいて協力的な行動がどのように維持あるいは促進されるのかについては、古くから議論が続いており、静的なゲーム理論の他に進化ゲーム理論による研究も盛んである (Nowak, 2006)。中でも特に重要な要素としてサンクションの効果が挙げられる。サンクションは概して報酬によるものと罰によるものとに分けられるが、今回は罰行動に関して進化ゲームシミュレーションによる検討を行った。

協力的でない行動に対して罰を与える戦略を導入することで協力的な行動が促進されうる。しかし、罰行動にもコストがかかることから、成立には様々な条件が必要である。例えば、プレイヤー間に空間構造が存在することが、罰行動・協力行動双方の進化に寄与することが知られている (Le Galliard et al., 2003)。

今回は罰行動の中でも、その「厳格さ」について注目する。従来のシミュレーションによる研究の多くは、罰行動を「相手が協力しなかった場合に罰を与える」というシンプルな戦略として定義しているため、罰を与えるかどうかの戦略も「与える (punisher)」と「与えない (non-punisher)」の二種類として離散的に与えている場合が多い。しかし、もし相手が協力の度合いを連続的な値として選択できるような状況であれば、罰の与え手としてもその強さを相手の協力度に応じて連続的に変化させうると考えるのが自然であろう。例えば、閾値を下回るような協力度の相手に対しては極めて強力な罰を与えるが、閾値を超えて協力した相手には弱い罰しか与えない、という「厳格な」罰戦略もあれば、相手の協力度に対応して強度をゆるやかに変えていくような「漸進的な」罰戦略もあるだろう。本研究ではこれを考慮した上で、どのような「厳格さ」が協力を進化させるのに適しているかについて検討を行った。

このような状況を対象にした先行研究として、Nakamaru and Dieckmann (2009) が挙げられる。この研究では、二人ゲームの状況において、プレイヤー間に空

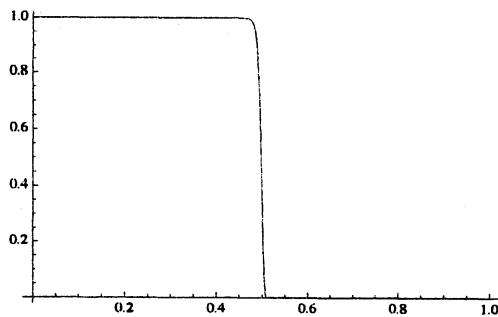
間構造が存在する場合には、罰は厳格であればあるほど協力が進化するという結果が得られている。

本研究ではNakamaru and Dieckmann (2009)を踏まえ、各プレイヤーは戦略として「協力度(x)」「罰の強度(f)」「罰の閾値(u)」の三つの0以上1以下の変数を持つものとする。その上で、ある個体 i が個体 j と相互作用した際の罰の強度を決定する関数を、

$$\beta f_i \exp\left(-\left(\frac{x_j}{u_i}\right)^a\right)$$

と定める。ただし、 x_j はゲームの相手の協力度、 u_i は罰を与えるプレイヤーの持つ閾値、 f_i は罰の強度である。これが罰を与えるプレイヤーが支払うコストであり、これに罰の効率として与えた β をかけたものが罰を受けたプレイヤーの損失となる。 a の値が大きい場合（例えば $a=1000$ 、図1a）が、先述した「厳格な」罰戦略に当たる。一方 a の値が小さい場合（例えば $a=2$ 、図1b）には、「漸進的な」罰戦略となる。

(a)



(b)

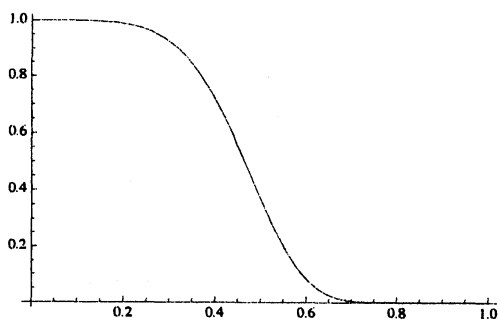


図1：相手の協力度罰の強度の関係。x軸が相手の協力度であり、y軸がそれに対する罰の強度($\beta=1, f_i=1$)。

公共財ゲームは4 プレイヤーで行い、提供された財は r 倍されて均等に分配される。罰のコストとダメージ、公共財による利得とコストを総合したものがゲームの利得となる。従って、1回のゲームでの全てを合計した利得 s_i は、

$$s_i = \left(\sum \frac{r}{4} x_j - x_i \right) - \sum f_i \exp\left(-\left(\frac{x_j}{u_i}\right)^a\right) - \sum \beta f_j \exp\left(-\left(\frac{x_i}{u_j}\right)^a\right)$$

となる。

世代更新におけるルールとして、score-dependent viability model を用いた(Nakamaru and Iwasa, 2005)。このルールでは、ゲームで得た利得に応じた確率で個体が自らの戦略を放棄し、ゲームの相手の中からランダムな確率で対象を選んで戦略を模倣する。 c 、 d を定数として、戦略を放棄する確率を $c \exp(-ds_i)$ として与える。利得が高いほど戦略を放棄する確率が低くなっている。本発表の範囲では、定数 c 、 d はそれぞれ 0.5、0.01 として固定する。

このルールがNakamaru and Dieckmann (2009) のものと決定的に違うのは、罰行動に他者の協力を促進するという点の他に、いやがらせ (spite) としての利得が含まれることである。ゲームの相手の利得を下げることでその個体が自らの戦略が模倣される確率を高めることができるので、わずかではあるが罰行動そのものによる利益が得られることになる。

さらに条件として、集団に空間構造がある場合とない場合とを比較した。空間構造のある条件では、プレイヤーは正方格子上に配置され、周囲個体とのみゲームを行うことになる。空間構造のない条件では、ゲームの相手はその都度ランダムに選択される。Nakamaru and Dieckmann (2009) においては空間構造のない条件では協力・罰行動ともに進化しないとされていたが、先述した世代更新ルールでは、先行研究から予測して空間構造のない場合でも罰行動が進化する可能性が残される。

以上のような設定の下、進化ゲームシミュレーションを行った。その結果、空間構造の有無によって適切な厳格さが変わることが示唆された。

まず、 a (厳格さ) を外生的に固定した上で結果を比較する。全個体において全ての値が0 (協力も罰も与えない状態) から始めて、100 万世代後に達成された協力の度合いを見ると、空間構造ありの条件では $a=2$ の場合に 0.71 であるのに対し、 $a=1000$ の条件ではほぼ最大の 0.99 まで高まる (50 回平均、 $\beta=10$,

$r=3$ 、以下同じ)。一方空間構造なしの場合だと、 $a=2$ で0.82、 $a=1000$ で0.49となる。

また、 a を各個体の戦略とした場合には、進化プロセスを経て適切な厳格さが自生的に選択されることが示された。全ての個体の a が0である状態から始めた場合、空間構造ありの条件では100万世代後に平均して $a=9.18$ 程度になるのに対し、空間構造なしの場合には $a=3.00$ 程度にとどまる。この際、協力度はどちらにおいても0.89程度まで高まる(図2)。

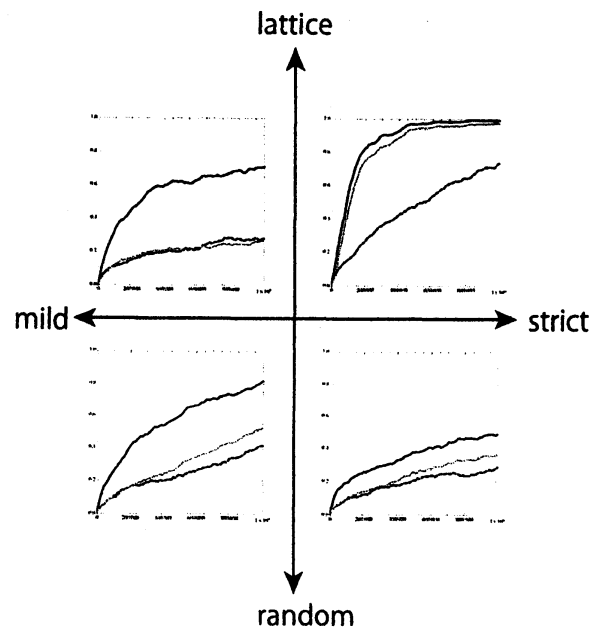


図2：協力度（実線）、罰の強度（点線）、罰の閾値（グレー）の値の変化。
(100万世代まで。)

以上の結果から、空間構造のある条件では厳格な罰が漸進的な罰よりも協力度が高くなるように進化したが、空間構造のない条件ではむしろ漸進的な罰の方が協力度を高くするように進化することが示唆される。また、罰の「厳格さ」は外生的に条件として与えなくとも、協力率とともに共進化することも示された。

参考文献

- Le Galliard, J., Ferrière, R., Dieckmann, U., 2003. The adaptive dynamics of altruism in spatially heterogeneous populations. *Evolution* 57, 1-17.
- Nakamaru, M., Iwasa, Y., 2005. The evolution of altruism by costly punishment in lattice-structured populations: score-dependent viability versus score-dependent fertility. *Evol. Ecol. Res.* 7, 853-870.
- Nakamaru, M., Dieckmann, U., 2009. Runaway selection for cooperation and strict-and-sever punishment. *J. Theor. Biol.* 257, 1-8.
- Nowak, M.A., 2006. Five rules for the evolution of cooperation. *Science* 314, 1560-1563. _